

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СРОКОВ СЛУЖБЫ ПАРТИИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ИЗДЕЛИЙ И ЕЕ АНАЛИЗ\*

Н.М. Расулов<sup>1</sup>, У.М. Надиров<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Азербайджанский Технический Университет, Баку, Азербайджан  
e-mail: [n\\_ugurlu@mail.ru](mailto:n_ugurlu@mail.ru)

**Резюме.** Учитывая прямую зависимость между сроком службы изделий с лимитирующей ее параметром качества изготовления и вероятности частоты появления изделия с определенными параметрами качества, определена закономерность изменения сроков службы всех изделий в совокупности в зависимости от качества изготовления.

**Ключевые слова:** срок службы, лимитирующий параметр качества, кривая рассеяния, частота появления.

**AMS Subject Classification:** 97M50, 46L53.

### 1. Введение

Обычно качественные показатели изделий распределяются согласно нормальному закону. В ряд случаев (например, когда отказ изделия от работы связан с износом лимитирующей его работы детали) зависимость между сроком службы (долговечностью) изделий и лимитирующей его параметром качества изготовления подчиняется прямому закону (нормальный период изнашивания) [1,6,9,8]. Например, срок службы пары плунжер-втулка ограничивается предельной величиной зазора между трущимися поверхностями деталей. Так как лимитирующий показатель качества для определенной совокупности однотипных изделий может изменяться в некотором допустимом пределе и сроки их службы также будут изменяться в некотором диапазоне. Изучение закономерности для совокупности производимых изделий имеет и теоретическое и практическое значение. Так как не обладая достаточной информацией о закономерностях изменения показателей надежности изделий, невозможен выбор эффективных путей улучшения.

### 2. Постановка задачи

Изделия единого наименования, назначения и типоразмера (например, задвижки СКЗ -200x16 и т. п) производятся различными машиностроительными заводами с разными качествами, даже иногда и с различными

---

\* Работа была представлена на семинаре Института Прикладной Математики 16.05.2017

допусками. Различие значений технологических параметров, характеризующих качество изготовления изделий и лимитирующие их надежность, обуславливает различие эксплуатационных показателей, в том числе и срока службы. Качественные показатели, присущие каждому изделию, формирующие уровень полезности использования и надежность изделия, являясь основными выходными технологическими параметрами изготовления, служат базовыми технологическими критериями для ее оценки и сравнение с аналогичными другими изделиями [12, 13]. В современном уровне развития науки, техники и технологии определение уровня полезности использования партии (или ещё больше) изделий в совокупности, производимые каким-либо предприятием, сравнение с аналогичными результатами другого предприятия, а также оценка пользователем деятельности предприятия производителя, являются актуальными проблемами современности. Решение этих проблем сыграла бы особую роль в реализации стандартов ISO в области менеджмента качества [4-11]. Повышение качества изготовления изделий и таким образом повышение их эксплуатационных показателей, является неизменной задачей машиностроения. Каждое эксплуатируемое изделие демонстрирует эксплуатационные показатели, соответствующие свойственные ему качества изготовления.

Целью работы является выявления общей закономерности между сроком службы и лимитирующей его параметром качества изготовления изделий в совокупности и ее анализ.

### 3. Решение задачи

Зависимость между общим сроком службы всех изделий и лимитирующей показателем качества ( $x$ ) зависит от частоты появления показателя качества ( $m/n$ , где  $n$  - количества изделий в главной совокупности,  $m$  - количество изделий с параметрами качества, попадавшие в принятый групповой интервал) и от функциональной зависимости между сроком службы изделия ( $y$ ) и показателем качества изготовления.

$$U_{\Sigma} = \sum y\{x\} = f\{x, y(x)\} \quad (1)$$

Если принять, что параметр качества изготовления изделий распределяется согласно закону Гаусса, а изменение их собственного срока службы подчиняется закону прямой [2,5,7], тогда изменение общих сроков службы изделий для всей совокупности определяется согласно формулы:

$$U_{\Sigma} = (b - kx) \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

где  $b$  и  $k$  параметры линейной зависимости,  
 $a$  - математическое ожидание качественного параметра изделий,

$\sigma$  - средне квадратическое отклонение параметра качества.

Формула (2) является математической моделью сроков службы машиностроительных изделий. В формуле (2) второй множитель выражает частоту появления лимитирующего параметра качества (кривая 1), а вторая (прямой 2) их срок службы рис.1.

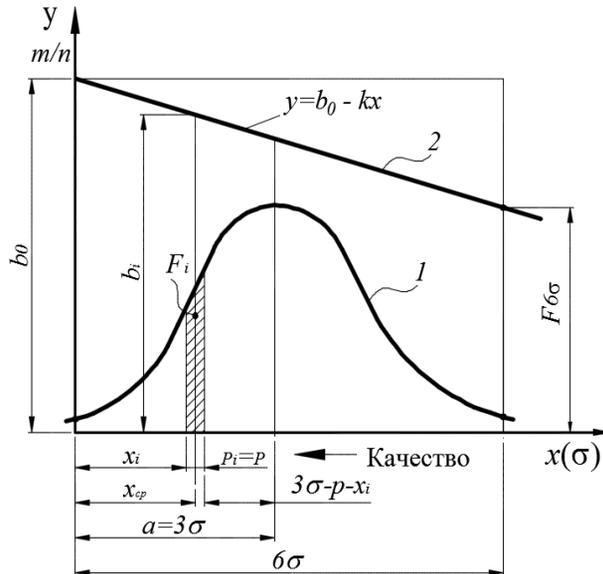


Рис. 1. Схема к определению закономерности изменения общего срока службы изделий

Известно, что решение второго множителя зависимости (2) реализуется с помощью функции Лапласа с использованием данных соответствующих таблиц [2,5,7]. Поэтому, появляется необходимость табличного решения зависимости (2). Для упрощения методики решения задачи принимаем, что параметр качества изготовления изменяется в интервале  $[(-3\sigma, 3\sigma)] \in T$  (где  $T$  - допуск на параметр качества) и ось ордината координатной системы проходит через точки абсцисса  $(-3\sigma)$  нормального закона (рис. 2). При этом, зависимость (2) принимает вид:

$$U_{\Sigma} = (b_0 - kx) \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

где  $b_0$  - срок службы изделия с лучшим параметром качества (наибольший срок службы изделий),

$k$ - коэффициент, выражающий наклон прямой (2),

$x$  - изменяемая, выражающая параметр качества изготовления изделий, в принятой координатной системе. Согласно принятым начальным условиям решение задачи:  $a = 3\sigma$  и  $(-3\sigma) \leq x \leq 3\sigma$ . Согласно схеме, представленный на рис. 2., общий срок службы изделий, параметры качества изготовления которых находятся в интервале  $[x_i; (x_i + p)]$  (где  $P$ - величина интервала, - шаг группы) равна

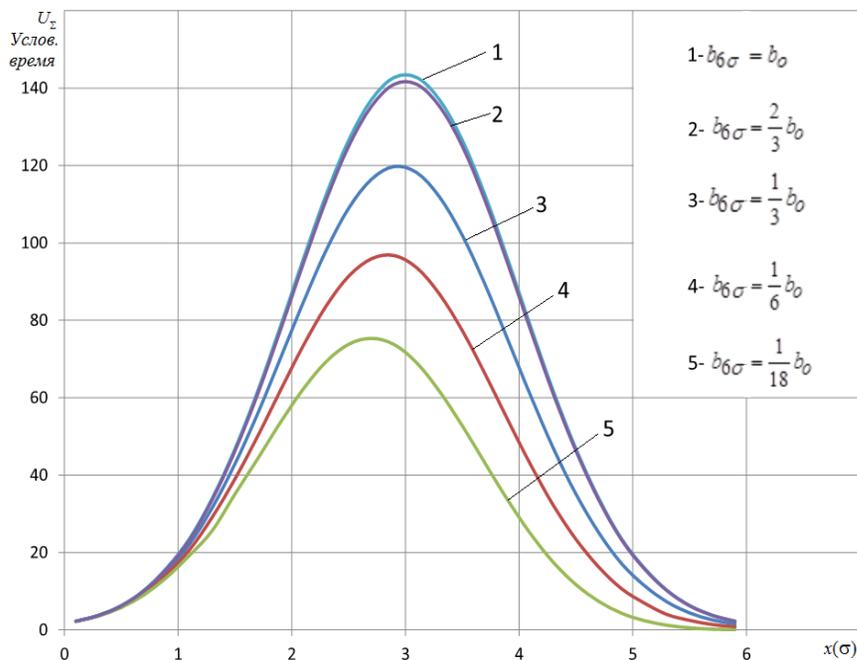


Рис. 2. Зависимость общего срока службы изделий от параметра качества

$$U_{\Sigma_i} = b_i \cdot m_i = b_i \cdot F_i \cdot n \quad (4)$$

где  $m_i$  - количество изделий с параметрами качества, находящимися в пределах выбранного интервала,

$b_i$  - средний срок службы этих изделий,

$F_i$  - заштрихованная площадь в рис. 2., равная вероятности появления изделий с параметрами качества в пределе выбранного интервала,

$i$  - порядковый(искомый) номер интервала (группы).

Учитывая принятые законы изменения  $b_i$  (прямой) и  $m_i$  (закон Гаусса), определяем их значения:

$$b_i = b_0 - k \cdot x_{i\text{cp}} = b_0 - k(x_i + 0,5p) \quad (5)$$

$$F_i = \int_{-\infty}^{x_i+p} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx - \int_{-\infty}^{x_i} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (6)$$

Учитывая (5) и (6) в (4) получим:

$$U_{\Sigma i} = [b_0 - (x_i + 0,5p)] \cdot n \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left( \int_{-\infty}^{x_i+p} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx - \int_{-\infty}^{x_i} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx \right) \quad (7)$$

Последняя формула позволяет определить общий срок службы всех изделий, обладающих параметром качества изготовления в пределе  $[x_i; (x_i + p)]$ . Таким образом, применение последней формулы для всей совокупности изделий в пределе  $[(-3\sigma), 3\sigma]$  позволит определить функциональную зависимость между сроком службы всех изделий и их качеством изготовления. Так как задачей работы является выявление зависимости  $U_{\Sigma} = f(x)$ , а она носит обобщенный характер и не зависит от количества изделий, то в выражении (7)  $n$  может быть заменен с вероятностью появления всех изделий  $n \Rightarrow 1$ . Тогда:

$$U_{\Sigma i} = [b_0 - k(x_i + 0,5p)] \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left( \int_{-\infty}^{x_i+p} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx - \int_{-\infty}^{x_i} e^{-\frac{(x-3\sigma)^2}{2\sigma^2}} dx \right) \quad (8)$$

Здесь  $x_{(i+1)} = (x_i + p)$  и количество интервалов (групп) равно  $\frac{6\sigma}{p}$ . При

$$i = 1, x_{i=1} = 0; \text{ при } i = \frac{6\sigma}{p}, x_{6\sigma/p} = (6\sigma - p).$$

Для построения эмпирической кривой распределения  $U_{\Sigma} = f(x)$  определяются значения  $U_{\Sigma i}$  для каждой группы ( $1 \leq i \leq 6\sigma/p$ ). При этом применяется общепринятая методика построения эмпирических кривых рассеяния. Величина интервала (шаг) был принята  $P = 0,2\sigma$ , количество интервалов  $i = 30$ . Анализ зависимости (8) показывает, что параметр кривой  $U_{\Sigma} = f(x)$  зависит от коэффициента  $k$ , определяющий наклон прямой (2) (рис. 1).

Для полноценной оценки кривой  $U_{\Sigma} = f(x)$ , нами приняты характерные значения для коэффициента  $k$ . Для этого принят максимальный срок службы  $b_0$  изделия с наилучшим качеством изготовления (Значение  $b_0$  условно принято равное 1800 день). Назначены характерные значения срока службы  $b_{6\sigma}$  для изделий с наименьшим качеством изготовления,

соответствующий  $x = 6\sigma$ . Использовано уравнение срока службы изделий в виде

$$b_{6\sigma} = b_0 - k \cdot 6\sigma$$

и определены значения коэффициента  $k$ .

$$k = \frac{b_0 - b_{6\sigma}}{6\sigma}$$

Таким образом:

- 1) при  $b_{6\sigma} = b_0$ ,  $k = 0$ ;
- 2) при  $b_{6\sigma} = \frac{2}{3}b_0$ ,  $k = \frac{b_0}{18 \cdot \sigma}$ ;
- 3) при  $b_{6\sigma} = \frac{1}{3}b_0$ ,  $k = \frac{b_0}{9 \cdot \sigma}$ ;
- 4) при  $b_{6\sigma} = \frac{1}{6}b_0$ ,  $k = \frac{5b_0}{36 \cdot \sigma}$ ;
- 5) при  $b_{6\sigma} = \frac{1}{18}b_0$ ,  $k = \frac{17b_0}{108 \cdot \sigma}$ ;
- 6) при  $b_{6\sigma} = 0$ ,  $k = \frac{b_0}{6 \cdot \sigma}$ .

где  $b_{6\sigma}$  - срок службы изделия с параметром качества  $6\sigma$ .

Определение  $U_{\Sigma_i}$  для каждой группы и с применением программы Excel построены эмпирические зависимости  $U_{\Sigma} = f(x)$  для всех вариантов (рис. 2). В реальности варианты 1 и 6 носят чисто теоретическое значение.

Необходимо отметить, что в данном случае, имеет место умножения какой-то части закона рассеяния по Симпсону на закон рассеяния по Гауссу.

Как и ожидалось, при  $k = 0$  рассеяние общего срока службы всех изделий в совокупности подчиняется нормальному закону (кривая 1, рис. 2). С увеличением коэффициента  $k$  центры группирования срока служб изделий смещаются в сторону его максимального значения, искажается симметричность эмпирических кривых рассеяния (кривая 2-5, рис. 2). Причём, чем больше коэффициент  $k$ , тем больше смещение кривой рассеяния и ее центра группирования.

Исследование показывает, что с увеличением коэффициента  $k$  увеличивается отклонение параметров кривой рассеяния от параметров начального нормального закона и образуются семейства кривых рассеяния (3-5) в виде, указанных на рис. 2. Таким образом, появляется необходимость подробного исследования подобных кривых рассеяния.

#### 4. Заключение

1. Предложена функциональная зависимость общего срока службы партии изделий в совокупности от лимитирующего его параметра качества изготовления.

2. Предложенная зависимость позволяет прогнозировать срок службы партии изделий в машиностроении в совокупности, оценивать и сравнивать деятельность предприятий производителей.

#### Литература

1. Базров Б.М., Основы технологии машиностроения, М.: Машиностроение, 2005, 736 с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А., Теория вероятностей и ее инженерные приложения,- М.: Высшая школа, 2000, 480 с.
3. ГОСТ Р 51901.3-2007 (IEC 60300-2:2004). Национальный стандарт РФ. Менеджмент риска. Руководство по менеджменту надежности. Введ. 2008-09-01. Москва, Стандартинформ, 2008, 44 с.
4. ГОСТ Р 53480–2009. Надежность в технике. Термины и определения. М.: Стандартинформ, 2010, 27 с.
5. Гнеденко Б.В., Курс теории вероятностей, М.: Наука, (1988), 451 с.
6. Дроздов Ю. Н., Юдин Е. Г., Белов А. И. Прикладная трибология, М.: Эко-Пресс, 2010, 604 с.
7. Дунин-Барковский И.В., Смирно Н.В., Теория вероятностей и математическая статистика в технике, М., 1955, 556 с.
8. Суслов А.Г., Дальский А.М., Научные основы технологии машиностроения, М.: Машиностроение, 2002, 640 с.
9. Справочник технолога машиностроителя, Под ред. А. М. Дальского, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова и др., М.: Машиностроение, Т.1, 2003, 912 с, Т.2, 944 с.
10. IEC 60300-2(2004-03) Dependability management - Part 2: Guidelines for dependability management.
11. ISO 9000:2005 (E) Quality management systems — Fundamentals and vocabulary. Published 2012-01-16, 30 p.
12. Расулов Н.М., Надилов У.М., Гусейнов Г. Р., Связи производственных и эксплуатационных показателей качества изделий. Вестник машиностроения, ISSN 0042-4633- №11, 2014, с.85-88
13. Расулов Н.М., Надилов У.М., Гусейнов Г.Р., О качестве изготовления изделий и их долговечности «Современные методы и технологии создания и обработки материалов» Сб. науч. тр.Кн.2. Технология и оборудование мех. и физико-тех. обработки. Минск:ФТИ НАН Беларуси, (2013), 616 с. ISBN 978-985-6441-35-9, сс.434-443

**Maşınqayırmada məmulların xidmət müddətlərinin  
riyazi modeli və onun araşdırılması.**

**N.M. Rəsulov, U.M. Nadirov**

**XÜLASƏ**

Məmulların ümumi xidmət müddəti ilə limitləşdirici keyfiyyət göstəricisi arasındakı asılılıq göstəricinin peydah olma və məmulların xidmət müddəti ilə keyfiyyət göstəricisi arasındakı funksional əlaqələr müəyyən edilmişdir.

**Açar sözlər:** xidmət müddəti, keyfiyyəti məhdudlaşdıran parametr, səpələnmə əyrisi, peydah olma tezliyi.

**Mathematical model of service life parties of machine-building  
products and its analysis**

**N.M. Rasulov, U.M. Nadirov**

**ABSTRACT**

Taking into account the direct dependence between the service life of products with the manufacturing quality parameter limiting it and the probability of the frequency of appearance of the product with certain parameters and quality, regularity in the change in the service life of all products in aggregate is determined, depending on the quality of manufacture.

**Keywords:** service life, limiting quality parameter, scattering curve, frequency of occurrence.